Thermodynamique industrielle – TD

Exercice 1 : Taux d'entropie créée dans un échangeur

Un liquide de capacité thermique massique $c = 4{,}2\,\mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$ s'écoule en régime permanent avec un débit massique $D_\mathrm{m} = 0{,}10\,\mathrm{kg \cdot s^{-1}}$ dans un échangeur thermique isobare assimilé à un thermostat de température $T_\mathrm{s} = 353\,\mathrm{K}$. Le liquide est initialement à la température $T_\mathrm{e} = 293\,\mathrm{K}$ et sort de l'échangeur avec la température T_s. On suppose que l'énergie mécanique du fluide est constante dans l'échangeur.

1. À l'aide de la seconde identité thermodynamique, montrer que la variation d'entropie massique du liquide entre l'entrée et la sortie de l'échangeur peut s'exprimer :

$$\Delta s = c \ln\left(\frac{T_\mathrm{s}}{T_\mathrm{e}}\right).$$

2. Calculer le taux de création d'entropie dans l'échangeur $\dot{S}_\mathrm{créée}$, c'est-à-dire l'entropie créée par unité de temps dans l'échangeur.

On considère maintenant que le fluide, initialement à la température $T_\mathrm{e} = 293\,\mathrm{K}$, passe successivement dans deux échangeurs thermiques isobares :

- un premier échangeur assimilé à un thermostat de température $T_1 = 323\,\mathrm{K}$;
- un second échangeur assimilé à un thermostat de température $T_\mathrm{s} = 353\,\mathrm{K}$.

3. À partir des résultats précédents, calculer le taux de création d'entropie $\dot{S}'_\mathrm{créée}$ dans cette situation, puis le comparer au cas précédent.

Correction :

1. La seconde identité thermodynamique s'écrit sous forme massique : $\mathrm{d}h = T\,\mathrm{d}s + v\,\mathrm{d}P$, avec $\mathrm{d}h = c\,\mathrm{d}T$ pour un liquide incompressible et indilatable, et $\mathrm{d}P = 0$ pour une transformation isobare, d'où : $\mathrm{d}s = c\,\dfrac{\mathrm{d}T}{T}$.

En intégrant entre l'entrée et la sortie de l'échangeur thermique, on peut exprimer la variation d'entropie massique : $\Delta s = c \ln\left(\dfrac{T_\mathrm{s}}{T_\mathrm{e}}\right)$.

2. On applique les deux principes de la thermodynamique pour un système ouvert entre l'entrée et la sortie de l'échangeur :

- $\Delta h + \Delta e_\mathrm{c} + \Delta e_\mathrm{p} = w_\mathrm{i} + q$, avec $\Delta h = c\,(T_\mathrm{s} - T_\mathrm{e})$, $\Delta e_\mathrm{c} + \Delta e_\mathrm{p} = 0$ comme l'énergie mécanique du fluide est constante, et $w_\mathrm{i} = 0$ comme il n'y a pas de partie mobile dans un échangeur thermique ;
- $\Delta s = s_\mathrm{éch} + s_\mathrm{créée}$, avec $\Delta s = c \ln\left(\dfrac{T_\mathrm{s}}{T_\mathrm{e}}\right)$ et $s_\mathrm{éch} = \dfrac{q}{T_\mathrm{s}}$;

d'où on peut exprimer : $s_\mathrm{créée} = c \ln\left(\dfrac{T_\mathrm{s}}{T_\mathrm{e}}\right) - \dfrac{c\,(T_\mathrm{s} - T_\mathrm{e})}{T_\mathrm{s}} = c\left[\ln\left(\dfrac{T_\mathrm{s}}{T_\mathrm{e}}\right) - 1 + \dfrac{T_\mathrm{e}}{T_\mathrm{s}}\right]$.

Le taux de création d'entropie est alors : $\dot{S}_\mathrm{créée} = D_\mathrm{m}\, s_\mathrm{créée} = D_\mathrm{m}\, c\left[\ln\left(\dfrac{T_\mathrm{s}}{T_\mathrm{e}}\right) - 1 + \dfrac{T_\mathrm{e}}{T_\mathrm{s}}\right] = 6{,}9\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot s^{-1}}$.

3. Dans l'échangeur à la température T_1, le taux de création d'entropie est : $\dot{S}_\mathrm{créée,1} = D_\mathrm{m}\, c\left[\ln\left(\dfrac{T_1}{T_\mathrm{e}}\right) - 1 + \dfrac{T_\mathrm{e}}{T_1}\right]$.

Dans l'échangeur à la température T_s, le taux de création d'entropie est : $\dot{S}_\mathrm{créée,2} = D_\mathrm{m}\, c\left[\ln\left(\dfrac{T_\mathrm{s}}{T_1}\right) - 1 + \dfrac{T_1}{T_\mathrm{s}}\right]$.

Le taux de création total est : $\dot{S}'_\mathrm{créée} = \dot{S}_\mathrm{créée,1} + \dot{S}_\mathrm{créée,2} = D_\mathrm{m}\, c\left[\ln\left(\dfrac{T_\mathrm{s}}{T_\mathrm{e}}\right) - 2 + \dfrac{T_\mathrm{e}}{T_1} + \dfrac{T_1}{T_\mathrm{s}}\right] = 3{,}5\,\mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot s^{-1}}$.

Comme $\dot{S}'_{\text{créée}} < \dot{S}_{\text{créée}}$, on en conclut que l'ajout d'un échangeur intermédiaire réduit la création d'entropie.

Exercice 2 : Tuyère calorifugée

Une tuyère est une conduite de section variable dans laquelle la détente d'un gaz engendre une augmentation de son énergie cinétique. On considère l'écoulement stationnaire d'un gaz parfait dans une tuyère calorifugée horizontale centrée autour de l'axe x, qui ne subit pas d'autres travaux que ceux des forces de pression.

On note P_e la pression, ρ_e la masse volumique et v_e la vitesse du gaz à l'entrée de la tuyère en $x = 0$.

1. Montrer que $h(x) + \dfrac{1}{2}\,v(x)^2$ est constant le long de l'écoulement.

L'augmentation importante de la vitesse le long de la tuyère permet de négliger la vitesse v_e devant la vitesse $v(x)$.

2. Montrer que la vitesse dans la tuyère peut s'exprimer :

$$v(x) = \sqrt{\frac{2\,\gamma}{\gamma - 1}\left(\frac{P_\text{e}}{\rho_\text{e}} - \frac{P(x)}{\rho(x)}\right)}$$

avec γ le coefficient adiabatique du gaz.

3. En supposant que l'écoulement est réversible, établir la loi de Saint-Venant :

$$v(x) = \sqrt{\frac{2\,\gamma}{\gamma - 1}\,\frac{P_\text{e}}{\rho_\text{e}}\left[1 - \left(\frac{P(x)}{P_\text{e}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}.$$

Correction :

1. On applique le premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert entre l'entrée de la tuyère en $x = 0$ et la section x.
Comme il n'y a pas de variation d'énergie potentielle ($\Delta e_\text{p} = 0$), que le fluide ne reçoit pas de travail extérieur ($w_\text{i} = 0$), et que la tuyère est calorifugée ($q = 0$), on obtient : $\Delta h + \Delta e_\text{c} = 0$, avec $\Delta h = h(x) - h_\text{e}$ et $\Delta e_\text{c} = \dfrac{1}{2}\,v(x)^2 - \dfrac{1}{2}\,v_\text{e}^2$, d'où : $h(x) + \dfrac{1}{2}\,v(x)^2 = h_\text{e} + \dfrac{1}{2}\,v_\text{e}^2 = \text{cste}$.

2. Pour un gaz parfait, on peut exprimer : $\Delta h = c_\text{P}\,[T(x) - T_\text{e}]$, avec $c_\text{P} = \dfrac{C_\text{P}}{m} = \dfrac{1}{m}\,\dfrac{\gamma\,n\,R}{\gamma - 1} = \dfrac{\gamma\,R}{M\,(\gamma - 1)}$ et $T = \dfrac{P\,V}{n\,R} = \dfrac{P\,M}{\rho\,R}$ d'après la loi des gaz parfaits, d'où : $\Delta h = \dfrac{\gamma}{\gamma - 1}\left[\dfrac{P(x)}{\rho(x)} - \dfrac{P_\text{e}}{\rho_\text{e}}\right]$.
En négligeant v_e dans le premier principe, on obtient : $\dfrac{\gamma}{\gamma - 1}\left[\dfrac{P(x)}{\rho(x)} - \dfrac{P_\text{e}}{\rho_\text{e}}\right] + \dfrac{1}{2}\,v(x)^2 = 0$, d'où finalement : $v(x) = \sqrt{\dfrac{2\,\gamma}{\gamma - 1}\left(\dfrac{P_\text{e}}{\rho_\text{e}} - \dfrac{P(x)}{\rho(x)}\right)}$.

3. Pour une transformation adiabatique réversible, la loi de Laplace donne : $P\,V^\gamma = \text{cste}$, avec $V = \dfrac{m}{\rho}$, d'où : $\dfrac{P}{\rho^\gamma} = \text{cste}'$. On en déduit : $\dfrac{P_\text{e}}{\rho_\text{e}^\gamma} = \dfrac{P(x)}{\rho(x)^\gamma}$, d'où : $\rho(x) = \rho_\text{e}\left(\dfrac{P(x)}{P_\text{e}}\right)^{1/\gamma}$.
On obtient finalement : $v(x) = \sqrt{\dfrac{2\,\gamma}{\gamma - 1}\left[\dfrac{P_\text{e}}{\rho_\text{e}} - \dfrac{P(x)}{\rho_\text{e}}\left(\dfrac{P_\text{e}}{P(x)}\right)^{1/\gamma}\right]} = \sqrt{\dfrac{2\,\gamma}{\gamma - 1}\,\dfrac{P_\text{e}}{\rho_\text{e}}\left[1 - \left(\dfrac{P(x)}{P_\text{e}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}$.

Exercice 3 : Récupération de l'énergie thermique des mers

La récupération de l'énergie thermique des mers (ETM) repose sur l'utilisation de la différence de température existant naturellement dans les mers tropicales entre l'eau de surface chaude (à une température d'environ 28°C) et l'eau profonde froide (à une température d'environ 5°C pour une profondeur de 1 km).

On considère une installation ETM utilisant comme fluide de travail de l'ammoniac qui subit les transformations suivantes :

- transformation $1 \to 2$: initialement à la pression $P_1 = 6{,}4\,\text{bar}$ à l'état de liquide saturant (d'enthalpie massique $h_1 = 250\,\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$), l'ammoniac est comprimé de manière isenthalpique jusqu'à la pression $P_2 = 9{,}2\,\text{bar}$;
- transformation $2 \to 3$: le fluide traverse un évaporateur dans lequel il réalise un transfert thermique isobare avec l'eau de surface, qui l'amène à l'état de vapeur sèche saturante (d'enthalpie massique $h_3 = 1478\,\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$) ;
- transformation $3 \to 4$: le fluide subit une détente adiabatique et réversible dans un turboalternateur qui l'amène à un état diphasique à la pression P_1 présentant un titre en vapeur $x_4 = 97\%$ et une enthalpie massique $h_4 = 1437\,\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- transformation $4 \to 1$: le fluide traverse un condenseur dans lequel il réalise un transfert thermique isobare avec l'eau profonde, qui le ramène à l'état 1.

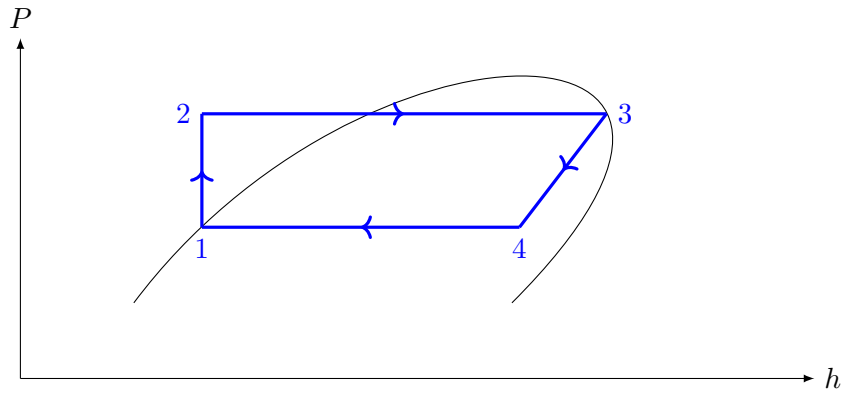
On considère que le fluide est en écoulement stationnaire et qu'il est possible de négliger les variations de son énergie mécanique. L'évaporateur et le condenseur sont supposés parfaitement calorifugés. On donne :

- la température de l'eau à l'entrée de l'évaporateur : $T_{\text{eeé}} = 28{,}0°\text{C}$;
- la température de l'eau à la sortie de l'évaporateur : $T_{\text{esé}} = 25{,}3°\text{C}$;
- la température de l'eau à l'entrée du condenseur : $T_{\text{eec}} = 5{,}0°\text{C}$;
- la température de l'eau à la sortie du condenseur : $T_{\text{esc}} = 8{,}7°\text{C}$;
- la capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_{\text{e}} = 4{,}18\,\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$.

1. Représenter schématiquement les 4 transformations dans un diagramme des frigoristes.
2. Le cycle est-il moteur ou récepteur ?
3. Déterminer le rendement η de cette installation.
4. Comparer ce rendement à celui de Carnot η_{C} pour cette installation.
5. Sachant que le turboalternateur présente un rendement $\eta_{\text{t}} = 83\%$, déterminer le débit massique d'ammoniac D_{ma} nécessaire pour que cette installation produise une puissance électrique $P_{\text{élec}} = 10\,\text{MW}$.
6. En déduire le débit massique d'eau dans l'évaporateur $D_{\text{meé}}$ et celui dans le condenseur D_{mec}.

Correction :

1. On représente schématiquement ces 4 transformations dans un diagramme des frigoristes :



2. Il s'agit d'un cycle moteur, puisqu'il est parcouru dans le sens horaire.

3. Le rendement de cette installation est : $\eta = -\dfrac{w_{\text{turboalternateur}}}{q_{\text{c}}} = -\dfrac{w_{3\to4}}{q_{2\to3}}$, où l'application du premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert au fluide donne :

- $\Delta h_{3\to4} = w_{3\to4}$ dans le turboalternateur où la transformation est adiabatique ;
- $\Delta h_{2\to3} = q_{2\to3}$ dans l'évaporateur qui ne contient pas de partie mobile ;

d'où : $\eta = -\dfrac{\Delta h_{3\to4}}{\Delta h_{2\to3}} = -\dfrac{h_4 - h_3}{h_3 - h_2}$, avec $h_2 = h_1$ comme la transformation $1 \to 2$ est isenthalpique, soit : $\eta = -\dfrac{h_4 - h_3}{h_3 - h_1} = 3{,}3\%$.

4. Le rendement de Carnot est : $\eta_{\text{C}} = 1 - \dfrac{T_{\text{f}}}{T_{\text{c}}} = 1 - \dfrac{T_{\text{eec}}}{T_{\text{eeé}}} = 7{,}64\%$, il est bien supérieur à η, même s'il reste faible car la différence de température entre les eaux est faible.

5. L'application du premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert au fluide dans le turboalternateur donne en terme de puissance : $D_{\text{ma}}\,\Delta h_{3\to4} = \Phi_{3\to4}$, et on exprime son rendement : $\eta_{\text{t}} = -\dfrac{P_{\text{élec}}}{\Phi_{3\to4}}$, d'où : $D_{\text{ma}} = -\dfrac{P_{\text{élec}}}{\eta_{\text{t}}\,\Delta h_{3\to4}} = -\dfrac{P_{\text{élec}}}{\eta_{\text{t}}\,(h_4 - h_3)} = 2{,}9.10^2\,\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$.

6. Comme l'évaporateur est supposé parfaitement calorifugé et qu'il ne présente pas de partie mobile, l'application du premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert à l'ensemble {ammoniac + eau} donne en terme de puissance : $D_{\text{ma}}\,\Delta h_{2\to3} + D_{\text{meé}}\,\Delta h_{\text{eé}} = 0$, soit : $D_{\text{ma}}\,(h_3 - h_2) + D_{\text{meé}}\,c_{\text{e}}\,(T_{\text{esé}} - T_{\text{eeé}}) = 0$, d'où : $D_{\text{meé}} = -\dfrac{D_{\text{ma}}\,(h_3 - h_2)}{c_{\text{e}}\,(T_{\text{esé}} - T_{\text{eeé}})} = 3{,}2.10^4\,\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$.

On obtient de façon équivalente dans le condenseur : $D_{\text{mec}} = -\dfrac{D_{\text{ma}}\,(h_1 - h_4)}{c_{\text{e}}\,(T_{\text{esc}} - T_{\text{eec}})} = 2{,}3.10^4\,\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$.

Exercice 4 : Rejet de chaleur d'une centrale nucléaire

On souhaite estimer le rejet de chaleur d'une centrale nucléaire dans l'eau d'un fleuve, qui présente un débit volumique $D_{\text{V,fleuve}} = 200\,\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$. On peut modéliser simplement le cycle thermodynamique décrit par le fluide dans la centrale par un cycle de Carnot produisant une puissance électrique $\Phi_{\text{élec}} = 840\,\text{MW}$. Il est constitué par la succession de quatre étapes réversibles : une détente isotherme, une détente adiabatique, une compression isotherme et une compression adiabatique. Le cycle fonctionne entre une source chaude à la température $T_{\text{c}} = 600\,\text{K}$ (cœur du réacteur) et une source froide à la température $T_{\text{f}} = 300\,\text{K}$ (eau du fleuve). On note Φ_{c} la puissance thermique que reçoit le fluide par la source chaude et Φ_{f} la puissance thermique que reçoit le fluide par la source froide.

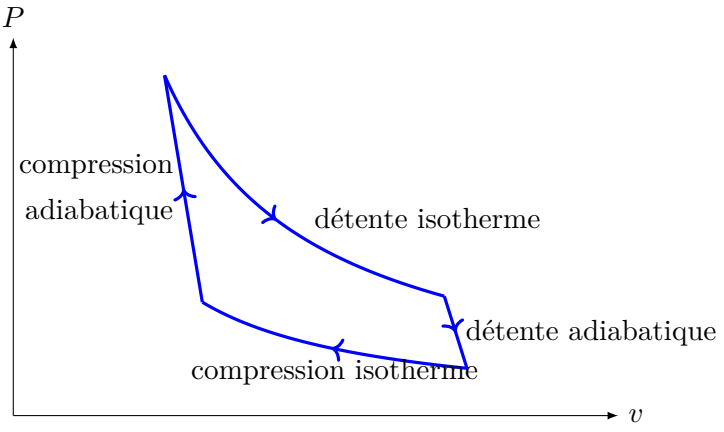
On donne :

- $c = 4{,}2\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ la capacité thermique massique de l'eau liquide ;
- $\rho = 1{,}0\,\text{kg}\cdot\text{L}^{-1}$ la masse volumique de l'eau liquide.

1. Représenter schématiquement le cycle de Carnot dans un diagramme de Clapeyron (P, v).
2. Exprimer le rendement η du cycle en fonction des puissances $\Phi_{\text{élec}}$ et Φ_{f}.
3. Exprimer le rendement η du cycle en fonction des températures T_{c} et T_{f}.
4. En déduire la puissance thermique rejetée dans le fleuve.
5. Calculer l'élévation moyenne de température ΔT_{fleuve} de l'eau du fleuve due à ce rejet de chaleur.

Correction :

1. On représente schématiquement le cycle de Carnot dans un diagramme de Clapeyron (P, v) :



2. L'application du premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert en terme de puissance au fluide sur le cycle donne : $D_{\text{m}}\left(\Delta h + \Delta e_{\text{c}} + \Delta e_{\text{p}}\right) = \Phi_{\text{c}} + \Phi_{\text{f}} - \Phi_{\text{élec}}$, avec $\Delta h + \Delta e_{\text{c}} + \Delta e_{\text{p}} = 0$ sur le cycle, soit : $\Phi_{\text{c}} + \Phi_{\text{f}} - \Phi_{\text{élec}} = 0$.

Le rendement de ce cycle moteur peut donc s'exprimer : $\eta = \dfrac{\Phi_{\text{élec}}}{\Phi_{\text{c}}} = \dfrac{\Phi_{\text{élec}}}{\Phi_{\text{élec}} - \Phi_{\text{f}}}$.

3. L'application du second principe de la thermodynamique pour un système ouvert au fluide sur le cycle donne : $\Delta s = s_{\text{éch}} + s_{\text{créée}}$, avec $\Delta s = 0$ sur le cycle, $s_{\text{éch}} = \dfrac{q_{\text{c}}}{T_{\text{c}}} + \dfrac{q_{\text{f}}}{T_{\text{f}}} = \dfrac{\Phi_{\text{c}}}{D_{\text{m}}\,T_{\text{c}}} + \dfrac{\Phi_{\text{f}}}{D_{\text{m}}\,T_{\text{f}}}$, et $s_{\text{créée}} = 0$

comme les étapes sont réversibles, soit : $\frac{\Phi_c}{D_m T_c} + \frac{\Phi_f}{D_m T_f} = 0$, d'où : $\frac{\Phi_f}{\Phi_c} = -\frac{T_f}{T_c}$.

Le rendement peut alors s'exprimer : $\eta = \frac{\Phi_{élec}}{\Phi_c} = \frac{\Phi_c + \Phi_f}{\Phi_c} = 1 + \frac{\Phi_f}{\Phi_c} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$.

4. On déduit des questions précédentes : $\frac{\Phi_{élec}}{\Phi_{élec} - \Phi_f} = 1 - \frac{T_f}{T_c}$, d'où : $\Phi_f = \Phi_{élec}\left(1 - \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}}\right) = -\frac{\Phi_{élec} T_f}{T_c - T_f}$.

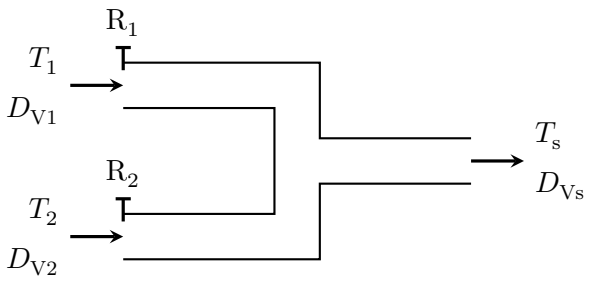
La centrale rejette alors dans le fleuve une puissance thermique : $\Phi_{rej} = -\Phi_f = \frac{\Phi_{élec} T_f}{T_c - T_f} = 840\,\text{MW}$.

5. L'application du premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert en terme de puissance à l'eau du fleuve donne : $D_{m,fleuve}\,\Delta h = \Phi_{rej}$, avec $D_{m,fleuve} = \rho\, D_{V,fleuve}$ et $\Delta h = c\,\Delta T_f$, soit : $\rho\, D_{V,fleuve}\, c\,\Delta T_{fleuve} = \Phi_{rej}$, d'où : $\Delta T_{fleuve} = \frac{\Phi_{rej}}{\rho\, D_{V,fleuve}\, c} = 1{,}0\,\text{K}$.

Exercice 5 : Mélangeur de douche

On considère un mélangeur de douche constitué de deux robinets :

- un robinet R_1 réglant le débit volumique D_{V1} de l'arrivée d'eau froide à la température $T_1 = 15°C$;
- un robinet R_2 réglant le débit volumique D_{V2} de l'arrivée d'eau chaude à la température $T_2 = 65°C$.



On suppose que les parois du mélangeur sont calorifugées, et que l'eau est un fluide parfait en écoulement stationnaire et incompressible dont les variations d'énergie mécanique sont négligeables.

1. Déterminer les débits D_{V1} et D_{V2} permettant d'obtenir un débit volumique $D_{Vs} = 0{,}1\,\text{L}\cdot\text{s}^{-1}$ en sortie du mélangeur à la température $T_s = 35°C$.

Correction :

1. Le fluide étant incompressible, la conservation du débit volumique entre les entrées et la sortie donne une première équation : $D_{V1} + D_{V2} = D_{Vs}$.

Comme le fluide ne reçoit ni transfert thermique ni travail dans le mélangeur, et que son énergie mécanique se conserve, le premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert donne en terme de puissance : $D_{m1}\,\Delta h_1 + D_{m2}\,\Delta h_2 = 0$, avec $\Delta h_1 = c\,(T_s - T_1)$ et $\Delta h_2 = c\,(T_s - T_2)$, soit : $\rho\, D_{V1}\, c\,(T_s - T_1) + \rho\, D_{V2}\, c\,(T_s - T_2) = 0$, d'où une seconde équation : $D_{V1}\,(T_s - T_1) + D_{V2}\,(T_s - T_2) = 0$.

La résolution du système obtenu avec ces deux équations donne des débits : $D_{V1} = \frac{D_{Vs}\,(T_2 - T_s)}{T_2 - T_1} = 0{,}06\,\text{L}\cdot\text{s}^{-1}$ et $D_{V2} = \frac{D_{Vs}\,(T_s - T_1)}{T_2 - T_1} = 0{,}04\,\text{L}\cdot\text{s}^{-1}$.